

2024年度

[数学] 問題

注意事項

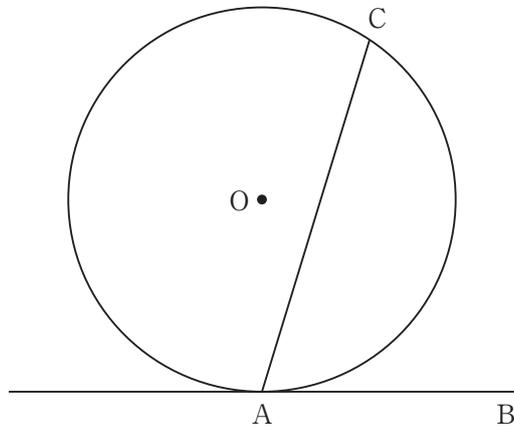
1. 問題用紙および解答用紙は、試験開始の合図があるまで開かないでください。
2. 解答はすべて解答用紙の所定の欄に記入してください。
3. 受験番号および氏名は解答用紙の所定の欄に記入してください。
4. 定規、コンパス等の作図道具および計算機の使用は禁止です。
5. 問題用紙は1ページから10ページまでです。

1 次の間に答えなさい。

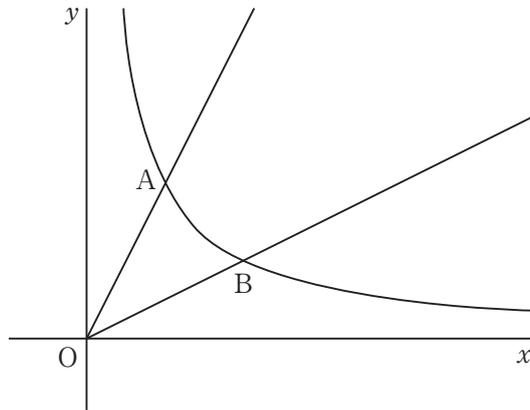
(問 1) 方程式 $4(x - 7)(x - 16) + 56 = (x - 8)(x - 9)$ を解きなさい。

(問 2) $\sqrt{\sqrt{90} - \sqrt{81}} + \sqrt{240} + \sqrt{256}$ を計算しなさい。

(問 3) 図のように、円周の長さが ℓ の円 O が直線 AB と点 A で接しています。弧 AC の長さが $\frac{13}{30}\ell$ のとき、 $\angle CAB$ の大きさを求めなさい。ただし、弧 AC は短い方の弧を指すものとします。



- 2 図において、点 A は $y = \frac{1}{x}$ と $y = 2x$ のグラフの交点で、点 B は $y = \frac{1}{x}$ と $y = \frac{1}{2}x$ のグラフの交点です。ただし、 $x > 0$ とします。線分 AB の中点を C とするとき、次の間に答えなさい。



- (問 1) 点 A の座標を求めなさい。
- (問 2) 点 C の x 座標を求めなさい。
- (問 3) 線分 OC の長さを求めなさい。
- (問 4) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。

<計算用余白>

3 以下の各図において、点Oは原点、点Aの座標は(1, 0)、点Bの座標は(1, 1)、点Cの座標は(0, 1)です。関数 $y = x^2$ のグラフと線分OA, ABで囲まれた部分の面積 S の近似値を求めるために、真さんと善美さんが話し合っています。次の空欄 **ア** から **エ** に適切な値を入れなさい。ただし、これ以上約分できない分数で答えなさい。

真：まずは図1の $\triangle OAB$ の面積を求めてみようよ。

善美： $\triangle OAB$ の面積は **ア** だから、 $S < \text{ア}$ だと分かるよね。

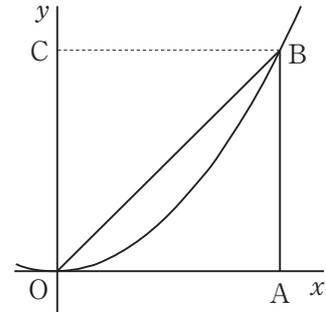


図1

真：次は図2のように、線分OAの中点Dを通過してx軸に垂直な直線を引き、 $y = x^2$ のグラフとの交点をEとして、 $\triangle ODE$ と台形DABEの面積の合計を求めてみようよ。

善美：DEの長さが **イ** だから、 $\triangle ODE$ と台形DABEの面積の合計は **ウ** だね。

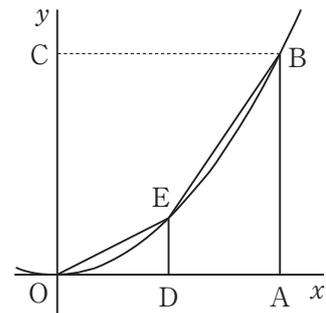


図2

真：だから $S < \text{ウ} < \text{ア}$ だと分かるね。次に図3のように、線分OAを4等分して、図2と同じように $\triangle OFG$, 台形FDEG, DHIE, HABIを考えると、これら4つの図形の面積の合計は **エ** となるね。

善美：つまり、 $S < \text{エ} < \text{ウ} < \text{ア}$ となるのね。

真：線分OAを8等分、16等分、…と細かく分割して同じように計算していくと、 S の値は $\frac{1}{3}$ に近づくということが分かるみたいだよ。

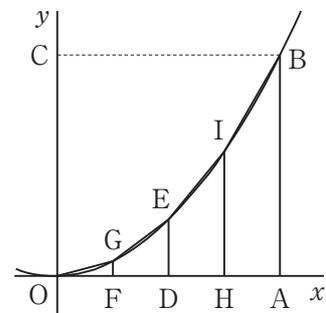
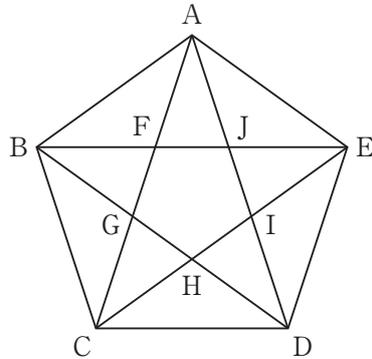


図3

<計算用余白>

- 4 1辺の長さが1である正五角形 ABCDE の対角線の交点を図のように F, G, H, I, J とすると、図形 FGHIJ も正五角形となります。このとき、次の間に答えなさい。



- (問 1) $\angle CAD$ の大きさを求めなさい。
- (問 2) 辺 FG の長さを x とするとき、CG の長さとしてもっとも適切なものを下の(あ)~(お)から1つ選び、記号で答えなさい。
- (あ) $1+x$ (い) $1-x$ (う) $2-x$ (え) $\frac{2x}{1-x}$ (お) $\frac{1-x}{x}$
- (問 3) 辺 FG の長さを求めなさい。
- (問 4) 正五角形 ABCDE と正五角形 FGHIJ の面積比は $1 : \square$ となります。 \square に当てはまる値を求めなさい。ただし、これ以上約分できない分数で答えなさい。

<計算用余白>

- 5 2人がそれぞれ1個のサイコロを同時に1回ふって、以下のルールに従って出た目の数で競うゲームを考えます。以下では、□の中の数字はサイコロをふったときに出た目の数を表すこととします。(例：□6は6の目です)

(ルール)

□6は□5に勝つ (□5は□6に負ける)

□5は□4に勝つ (□4は□5に負ける)

□4は□3に勝つ (□3は□4に負ける)

□3は□2に勝つ (□2は□3に負ける)

□2は□1に勝つ (□1は□2に負ける)

□1は□6に勝つ (□6は□1に負ける)

※上記以外の場合は引き分けとします。

このとき、次の間に答えなさい。

(問 1) A, Bの2人が勝負をしたとき、AがBに勝つ確率を求めなさい。

A, B, Cの3人がそれぞれ1個のサイコロを同時に1回ふって、上記のルールに従って、A対B, B対C, C対Aの勝負をします。

(3人が勝負をしたときの勝敗例)

Aが□5, Bが□4, Cが□3を出したとき,
AはBに勝つ, BはCに勝つ, CとAは引き分け

Aが□6, Bが□6, Cが□5を出したとき,
AとBは引き分け, AとBはCに勝つ, CはAとBに負ける

(問 2) AがBに勝ち, かつBがCに勝つ確率を求めなさい。

(問 3) AがBに勝ち, かつCはAとBの両方に対して引き分けとなる確率を求めなさい。

<計算用余白>

6 本問において、為替^{かわせ}レートとは、日本の通貨である日本円と、アメリカの通貨であるアメリカドルを交換する際の交換比率（交換レート）を指すこととします。例えば、「1ドル = 100円」という為替レートは、「1ドルを100円に交換できる」という意味です。この場合、100ドルを日本円に交換すると10000円になります。

ただし、本問では1ドル未満や1円未満が出るような通貨交換は行わないものとし、通貨交換のための手数料も考えないものとします。このとき、次の問に答えなさい。

(問 1) 「1ドル = 120円」のときに、30000円をアメリカドルに交換すると何ドルになるか答えなさい（答えのみ解答しなさい）。

(問 2) 太郎さんは「1ドル = 120円」のときに、手元にあった30000円のうちのいくらかをアメリカドルに交換し、「1ドル = 150円」のときに、残りの日本円すべてをアメリカドルに交換しました。

その後、「1ドル = 130円」のときに、交換したすべてのアメリカドルを日本円に交換したところ、27300円になりました。「1ドル = 120円」のときに、アメリカドルに交換した日本円はいくらであるか求めなさい（式や考え方も書きなさい）。

【以下余白】

