

生徒の作問活動と **T_EX** によるレポート作成

家本 繁 (数学科)
iemoto@tamacc.chuo-u.ac.jp

1 授業実践の概要

本稿では昨年度(2019年度)3年生3学期に理系クラスの生徒が主体となって行った『中杉遺題継承(仮)』と題した数学の類題作成と **T_EX** を用いたレポート作成の取り組みについて、その指導概要を述べる。生徒の主体性を育むため、この実践におけるルールは以下の最低限のものに留めた。

- 生徒はこちらがランダムに指定した数学 III の問題 15 題に対して、5, 6 人を 1 班として各班でその問題の類題を作成
- 生徒は **T_EX** 環境をクラウド上で使える Overleaf を用いてレポートを作成
- レポートに書くべき内容は作成した類題、類題の作成方法、後輩に解いて欲しい問題(遺題)の 3 点
- 遺題は自分でも解ける高校数学の問題(自分が作問したものでも可)の中から選択
- 類題の作成法、**T_EX** に関する技術を指導の中心に据えない。

最後の項目について少し補足する。あえて丁寧な指導を行わない理由は、本校生徒は協同作業に慣れており、自由度の高い課題の方が主体的に取り組みやすく、実際に面白い成果を出しやすいことを経験的に知っていたからである。

2 授業の詳細

2019年度は1月の数学III(全9回)内で、次の授業計画に基づいて指導を行った。

- (P1) 動機付け、**T_EX** の初期設定、レポートの雛形作成(PC教室2回)
- (P2) 類題作成(3回)
- (P3) 中間レポートの提出、各班の作成した類題の検証(2回)
- (P4) レポート個別部分の **T_EX** 入力作業(PC教室1回)

(P5) 課題提出,まとめ(1回)

初回の授業で類題作成を通して意識して欲しいことが、ポリア [1] の提唱する4つの段階（「問題を理解すること」「計画を立てること」「計画を実行すること」「振り返ってみること」）のうち、普段軽視されがちな「振り返ってみること」にあることを説明した。

また、扱いが難しい \TeX の導入に使ったコマ数が2回というのは些か少ないのでないかと心配していたのだが、この取り組みを通して全員が \TeX を用いてレポート作成できるようになったことに驚いた。 \TeX について知っている生徒は皆無であったにも関わらず目標を達成できたのは、恐らく初回の簡単な動機付けで \TeX に興味をもった生徒が中心となり、互いに \TeX の書き方を教え合いながら作業を進めることができたことに拠る。

以降では、(P1)–(P4) の授業の詳細について報告する。

2.1 (P1) 動機付け, \TeX の初期設定, レポートの雛形作成

導入にあたる初回授業は既存の問題点を挙げること、その問題点を解決する新しい方法を提示することから始めた。ここでいう既存の問題点とは、生徒がこれまで用いてきたWordなどの文章編集ソフトによる作業ではレイアウトの調整、数式入力等でマウス操作を多用するため、手からキーボードを離さざるを得ないため作業効率が悪い点であり、この部分にフォーカスした実演を行った。それ以外にも、近年はWordによる数式も綺麗になってきたが出版物と比べるとやはり見劣りすること、理工系の出版物を多く手掛ける出版社や学術論文では \TeX が用いられる場合が多くあることにも触れることで、文・理問わず再び \TeX に出会う可能性があることを示唆した。

その後、初期設定を事前に済ませた Overleaf^{*1} 上で、Wordで作成した文章と同じ文章を作成する過程を実演した。多くの文章作成ソフトがマウス操作を用いた直感的に操作しやすい方法を採用しているため、 \TeX のようにテキストファイルで指示した内容に従って組版する方法は生徒にとって新鮮なものに映ったようだ。例えば \int を表示したければ、 \TeX では \int と書けばよく、これは積分を意味する英単語 integration からきている。このように \TeX で用いる数学記号は基本的に全てその英訳に由来しているため、各種コマンドを覚えることの敷居が実は低いと感じたことも生徒が興味を持った理由かもしれない。

以上の導入を行った後、 \TeX を使うために必要なOverleafの初期設定を行った。次にレポートの雛形プリントを配布し、1字1句間違えず正確に入力する作業を行った。作業効率を優先し電子的にソースファイルを共有することも可能だが、生徒のタイピングスキルを確認するためこの方法をとった。なおこれらの作業はPC教室で行った。このとき用いたプリントの表面には

^{*1} クラウド上で \TeX が編集・実行できる IDE(統合開発環境)。3節で詳述する。

ソースファイル(図1),裏面にはそれをコンパイルして表示した結果が印刷されている(図2).



図1 レポート雛形（表面）

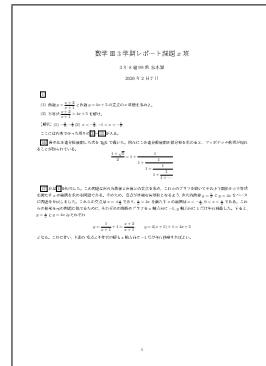


図2 レポート雛形（裏面）

2.2 (P2) 類題作成

T_EXに関する指導をPC教室で2回実施した後,本実践の中心課題である作問活動に取り組んだ. 数学が好きな人,得意な人であれば,作問という経験は特に他から強いられなくても経験をしているものであるが,作問を通して一つの問題を多角的に分析する経験がもたらす教育効果は非常に高い.拙稿[2]でも考察力育成のための1つの試みとして,本実践と同様の取り組みとして入試問題を題材に類題作成だけでなく,次のような活動を行った.

1. 問題の別解を考える.
2. 一般化した問題を作成し,実際に解く.
3. 問題の背景にあるもの(大学数学や必要十分条件など)を考える.

[2]の反省点として,難度が高い取り組みにも関わらず活動に十分な時間を確保できなかった点があったため,本実践では類題作成にテーマを絞り,活動時間も授業内で十分に確保して取り組んだ.

授業の冒頭に比較的汎用性の高いと思われる問題分析・作問方法を1つだけ紹介し,生徒がその模倣によっても活動しやすいよう配慮した.この箇所に関する説明のため次の問題を授業で用いた.

→ 分数関数と一次関数のグラフ ←

- (1) 曲線 $y = \frac{4x+3}{x+2}$ と直線 $y = -x$ の交点の x 座標を求めよ.
(2) 不等式 $\frac{4x+3}{x+2} > -x$ を解け.

著者がこの問題に対して提示した 1 つ目の作問方法は、まず一度問題を解き、そこから問題の解に直接関係する「因子」を読み解き、その因子から新しい問題を作成する方法だ。この問題で言えば(1)の交点を求める際、二次方程式を解くことに帰着する。つまり二次方程式の解(因子)が一次分数関数のグラフと直線の交点を表すことに気づけば、その他の二次方程式も上手に変形(分解)すれば、一次分数関数と直線に分けることができることを伝えた。この考え方を応用すれば、一次分数関数同士の交点も二次方程式に帰着する例だと気づく。

これに合わせて紹介したもう 1 つの作問方法は、問題の解釈を元に作問する方法だ。この問題は要するに(1)で一次分数関数のグラフと直線との交点を求めた後、(2)で一次分数関数のグラフが一次関数のグラフより上に位置する x の範囲を求めよという流れだ。そこで単純な一次分数関数と一次関数のグラフ同士の関係から出発し、それらを x, y 軸方向に適当に平行移動してやれば問題の趣旨を変えることなく類題ができる、という訳だ。

この 2 つの作問方法を示した後、各班ごとに次の要領で作問作業に取り掛からせた。

- 教員が用意した数学 III に関する入試問題（基礎～標準レベル）30 題を抜き刷りしたプリントを配布し、その中から 15 題をランダムに各班に割り当てる
- 班ごとに与えられた 15 題の問題に対しその類題を作成し、中間レポートを TeX で作成して提出
- 自分が作問した問題の中から一題選び、その作問過程を説明する課題を個人課題とした

1 人 1 人が 15 題全てを解くことはせず、班ごとに分担して取り組むことが可能であることを考えると、一人当たり 2 週間に 2, 3 題のゆったりとした作問ペースである。そのため、一つの問題を多角的に検証する時間が十分にあったため、生徒の大半が主体的に取り組み、楽しんでいる様子であった。以下に、この作問作業に関する生徒の感想を抜粋する。

- 問題を深く研究してみると、意外な仕組みに気付けたりして面白かった。みんなが作った問題を見ていて、類題のはずなのに様々な工夫が凝らされていて難易度が高くなっていることに驚いた。
- 数学の問題を考えるということは、問題を解くよりも深い知識や発想力が求められるので大変難しいが、自分の新たな学びに繋がっていくと感じた。
- 作問者の立場になることで解法の理解をより一層深めることができ、大変勉強になった。

- ・回転体の問題であれば、答えが綺麗になる類題がいくらでも作れそうだと感じた。

2.3 (P3) 中間レポートの提出、各班が作成した類題の検証

ここでは提出された各班の中間レポートのコピーをクラス全体で共有し、類題と解答に間違いがないかを各班で協力しながら互いに確認する時間を 2 コマとった。類題作成の過程でそれらの問題を多角的に考える経験があったため、有益な指摘が多く飛び交っていた。そのため教師は主に各班の \TeX のソースファイルに関する添削、指導を中心に行った。

2.4 (P4) レポート個別部分の \TeX 入力作業

PC 教室を使って行える作業が 1 コマしかないことを事前に周知しておいたため、大半の生徒がレポートを自宅で仕上げ、レポートの印刷だけで済むように取り組んできた。そのため印刷の済んだ生徒のレポートを確認し、 \TeX の書き方の誤りを指摘し、修正して再印刷する時間とした。こちらの想定以上に進捗状況が良かったのは、レポート個別部分の入力に類題作成部分で用いた \TeX の多くのコマンドが援用可能だったことが関係しているだろう。しかし提出された生徒のレポートを検証すると、類題からの援用だけでは足りない部分も見られた。それらはインターネット等を通して調べたようで、生徒の潜在的な情報処理能力の高さを垣間見た気がした。また、無限の概念に関する綺麗な性質を表現しようとしたものが多く見られたことにも感銘を受けた。普段生徒の数学に関する美意識を認識する機会が少なかったため、大きな制限を設けない課題が本校生徒にとって主体性を育む活動として有効な手段であることを再認識した。以下に生徒が作問した問題をいくつか載せる。将来数学 III を再び担当する際、これらの問題を使って同様の取り組みを行うことを計画しているが、そのときの生徒が何を考え、どのような問題を作り出すのか楽しみだ。

- 関数 $y = \sin\{\sin(\sin x)\}$ について、増減、グラフの凹凸、漸近線の有無を調べよ。ただし、 $0 \leqq x \leqq 2\pi$ とする。

- 次の極限値を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \log(2n-1 P_n)^{\frac{1}{n}} - \log n \right\}$$

- 次の極限値を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{(-1)^{n-1}}{n} \right)}{11n^2 + 6n - 28}$$

3 T_EX を用いたレポートの作成

T_EX は D. E. Knuth によって開発された、フリーの組版システム、L^AT_EX は T_EX 上に構築されたフリーの文書処理システムである。現在では T_EX で組版を行う場合には L^AT_EX を使うことが圧倒的に多いため、単に T_EX と言った場合、実際には L^AT_EX のことを指していることが多い。本稿でもこれらをまとめて T_EX と表現してきた。また、T_EX は「テックス」ではなく、「テフ」あるいは「テック」と読む。日本では T_EX, L^AT_EX を日本語化した pT_EX, pL^AT_EX が使用しており、さらに現在は pT_EX, pL^AT_EX を内部 Unicode 化した upT_EX, upL^AT_EX が用いられている。

T_EX はこれまで、自分のコンピュータに T_EX ディストリビューションをインストールして使用するもので、Web 上で使用できる L^AT_EX エディタは試用としての意味合いが強く、実用に耐え得るものは少なかった。しかし近年、「T_EX を使ってみよう^{*2}」をはじめとして、Web 上で T_EX 形式の文章を打ち込めば PDF 形式のファイルとしてダウンロードできるだけでなく、リアルタイムの共同制作も可能なクラウド型サービスも出てきたため、高等学校のレポート作成で使ってみることにした。

3.1 使用する T_EX 環境の選定

我々が T_EX を用いた活動に取り組む上で最大の障害となるのが、生徒が T_EX を使える環境を如何にして整備するかである。筆者が検討した点は、

- (E1) 学校だけでなく、自宅でも同じように作業ができる方法
- (E2) 初期設定と作業環境が分かりやすいこと

である。クラウド上で使用できる T_EX の IDE であれば (E1) は満たされるため、(E2) についてさらに

1. 作成したプロジェクトがサーバ上に保存できること
2. インターフェイスが日本語に対応していること
3. 50 名程度の同時利用に耐え得るサービスであること

を中心に検討した。その中で特に、英 writeL^AT_EX 社は 2015 年に社名を Overleaf とし、さらに 2017 年に競合サービスのひとつ ShareL^AT_EX^{*3} を買収し、それらの統合版として Overleaf v2 を 2018 年 9 月に正式リリースした。Overleaf の個人利用は無料で、共同編集に必要な機能を備えたものを有料版として提供している。メニューの日本語表示にも対応しており、本稿執筆時の

^{*2} <https://oku.edu.mie-u.ac.jp/~okumura/texonweb/>

^{*3} <https://www.sharelatex.com>

ユーザが全世界で 500 万人以上であることから、安定した運用が見込まれると考え、2019 年度は Overleaf を用いて \TeX に関する指導をすることにした。ただし、インターフェイスは日本語に対応しているが、日本語を含む文章を書くためには細かい設定が必要である^{*4}。Overleaf の設定に関しては坂東ら [3] による書籍が詳しいため、ここでは割愛する。

4 終わりに

COVID-19 によって教育を取り巻く環境が大きな転換期を迎える中、Overleaf や cloud \LaTeX のような \TeX を用いるためのクラウド型 IDE が積極的に活用されるようになることを切に願っている。本実践後に生徒から寄せられた感想に \TeX だけでなく、プログラミングを時間かけて学ぶ機会が欲しかったという声に押され、今年度総合学習・総合探究の一環として「プログラミング入門」も開講した。こちらに関する拙稿“総合学習・総合探究「プログラミング入門」実践報告” [4] もご清覧いただると幸いです。

参考文献

- [1] G. ポリア著、垣内賢信訳『いかにして問題をとくか』(丸善、1975)
- [2] 家本繁『考察力育成のための 1 つの試み～数学 C のレポート課題を通して～』(中央大学杉並高等学校紀要、2013)
- [3] 坂東慶太著、奥村晴彦監修、寺田侑祐協力『インストールいらすの \LaTeX 入門 –Overleaf で手軽に文書作成』(東京図書、2019)
- [4] 家本繁『総合学習・総合探究「プログラミング入門」実践報告』(中央大学杉並高等学校紀要、2021)

^{*4} 同じく WEB 上の \TeX 統合開発環境である cloud \LaTeX であれば、この部分の設定も省略可能である。アカウントが管理する cloud \LaTeX は、日本の emath も使用可能であるため、もし同様の教育を試みるのであれば、Overleaf と共に cloud \LaTeX も検討されると良いだろう。