

2022年度

[数学] 問題

注意事項

1. 問題用紙および解答用紙は、試験開始の合図があるまで開かないでください。
2. 解答はすべて解答用紙の所定の欄に記入してください。
3. 受験番号および氏名は解答用紙の所定の欄に記入してください。
4. 定規、コンパス等の作図道具および計算機の使用は禁止です。
5. 問題用紙は1ページから9ページまでです。

1 次の問に答えなさい。

(問 1) $x + y + z = 7$, $xyz = 7$, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{13}{7}$ のとき,
 $\left(1 + \frac{1}{x}\right)\left(1 + \frac{1}{y}\right)\left(1 + \frac{1}{z}\right)$ の値を求めなさい。

(問 2) $(x^2 + 2022)^2 - 4092529x^2$ を因数分解しなさい。
ただし, $83521 = 17^4$ を用いてよい。

(問 3) a, b, c は自然数とします。 $(x + a)(x + b)$ を展開すると, $x^2 + cx + 12$ となりました。
このとき, c のとりうる値は何通りあるか求めなさい。

(問 4) 下の表は, あるクラスで実施した小テストの結果です。得点の範囲が7点で, 中央値が6点であるとき, z のとりうる値をすべて求めなさい。

点数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	合計
人数	0	x	y	2	1	4	2	z	4	1	0	25

<計算用余白>

- 2 右の図1のように、一辺が10の正方形 ABCD があります。点 E は辺 DC を 1 : 2 に分ける点であり、点 B から線分 AE に垂線 BF をひきます。 $\triangle BEF$ の面積を求めるために、太郎さんと花子さんが話し合っています。
- 以下の空欄に適切な値や式を入れなさい。

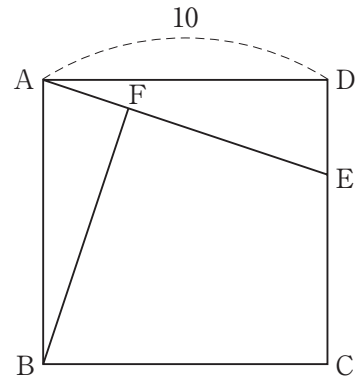


図1

太郎：図2のように、辺 BC，辺 BA 上にそれぞれ x 軸， y 軸を書いてみたよ。

花子：つまり、点 B が原点、点 D の座標が (10, 10) ということね。

太郎：そうすれば、点 E の座標は となるよね。
だから、直線 AE の方程式は、 $y =$ だね。

花子：点 F から x 軸に垂線をおろして、 x 軸との交点を G とするね。

ここで $\triangle ADE$ と $\triangle FGB$ が相似であることを使えば直線 BF の傾きが求まるから、
点 F の座標は だね。

太郎：その通り。したがって、BF の長さは、
 となって、同様に EF の長さも出るから、
 $\triangle BEF$ の面積は と求まるよね。

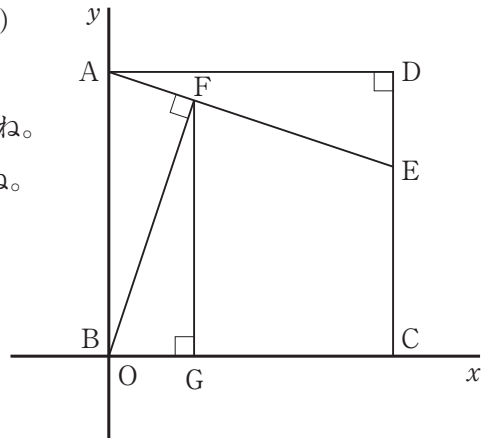
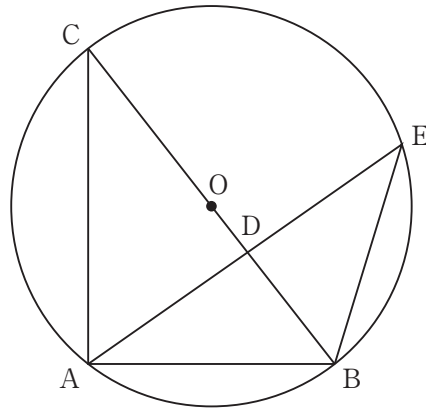


図2

<計算用余白>

- 3 図のような半径9の円Oがあります。弦ABの長さを9に、点Dを直径BC上に $BD : DC = 1 : 2$ となるようにとります。また、線分ADをDの方へ延長した直線と、円Oとの交点をEとします。さらに、点Aと点C、点Bと点Eをそれぞれ結ぶ線分をひくとき、次の問に答えなさい。

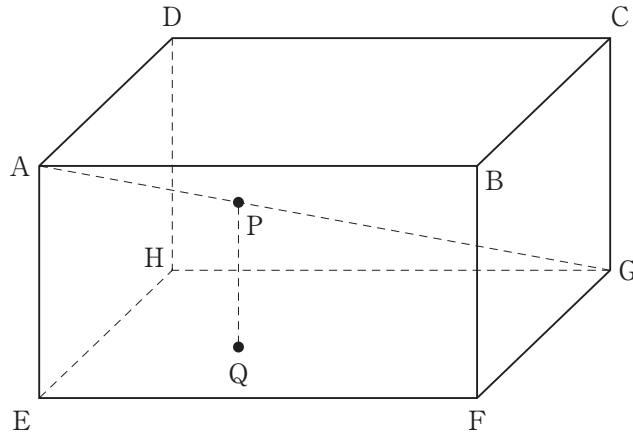


(問 1) 点Dから線分ABにおろした垂線の長さを求めなさい。

(問 2) 線分AEの長さを求めなさい。

<計算用余白>

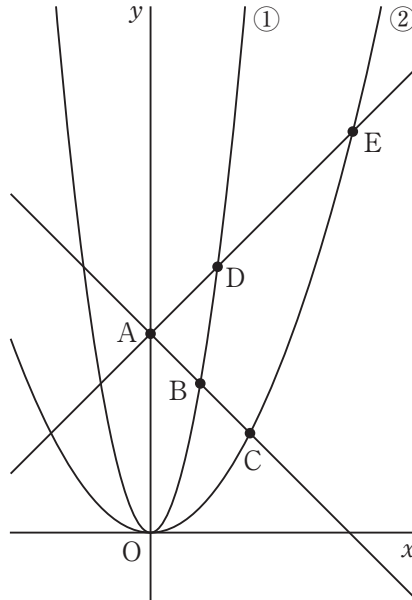
- 4 図のような、 $AB = 6$, $AD = AE = 3$ の直方体 $ABCD-EFGH$ があります。対角線 AG 上に $AP : PG = 1 : 2$ となるように点 P をとり、 P から面 $EFGH$ に垂線をひき、その交点を Q とします。このとき、次の問に答えなさい。



- (問 1) PQ の長さを求めなさい。
- (問 2) EP の長さを求めなさい。
- (問 3) 三角すい $P-AEH$ の体積を求めなさい。
- (問 4) 点 A から 3 点 E, H, P を通る平面におろした垂線の長さを求めなさい。

<計算用余白>

- 5 図のように、2つの関数 $y = 3x^2 \cdots \textcircled{1}$ と $y = ax^2 \cdots \textcircled{2}$ のグラフと、点 $A(0, 4)$ があります。点 A を通る2つの直線と $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ のグラフとの交点のうち、 x 座標が正のものを図のように B, C, D, E とします。点 $B(1, 3)$ で $AB = BC$ のとき、次の問に答えなさい。



- (問 1) a の値を求めなさい。(答えのみ解答)
- (問 2) $\triangle CAD$ と $\triangle CDE$ の面積比が $1:2$ のとき、点 D の座標を求めなさい。
(式や考え方も書きなさい。)

【以下余白】

